

Stosowane układy dynamiczne

Wymagania wstępne: brak

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia (laboratorium komputerowe) 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu: egzamin ustny

Język wykładowy: polski

Prowadzący: Klaudiusz Wójcik, Wojciech Słomczyński

Treści kształcenia:

Przedmiotem kursu jest szeroki przegląd teorii układów dynamicznych ze szczególnym uwzględnieniem przykładów oraz zastosowań. Na wykładzie skupiamy uwagę raczej na prezentacji idei i pojęć niż na dowodach twierdzeń. Ćwiczenia do wykładu odbywają się w pracowni komputerowej – studenci badają, jak poszczególne zachowania dynamiczne manifestują się w konkretnych przykładach (np. za pomocą programów *Chaos*, *Dynamics* lub *Phaser*). Kurs obejmuje następujące tematy:

1. Dwa rodzaje zastosowań – przewidywanie i wgląd (wg Zeemana i Stewarta).

Historyczne źródła pojęcia układu dynamicznego. Jak Newton wyprowadził prawa Keplera z prawa grawitacji? Pojęcie strategii ewolucyjnie stabilnej jako przykład zastosowania układów dynamicznych w biologii – równania replikatora. Poincaré jako „ojciec założyciel” teorii układów dynamicznych. Definicja układu dynamicznego.

2. Przestrzeń.

Pojęcie przestrzeni stanów. Różne struktury matematyczne na przestrzeni stanów (topologiczna, metryczna, miarowa, różniczkowa, symplektyczna, porządkowa, algebraiczna). Jak różne typy równań różniczkowych generują układy dynamiczne (autonomiczne i nieautonomiczne równania zwyczajne, równania cząstkowe pierwszego rzędu, paraboliczne równania cząstkowe drugiego rzędu, równania z opóźnionym argumentem). Układy dynamiczne innego pochodzenia (przesunięcia, automaty, bilardy, układy iterowanych odwzorowań).

3. Słynne przykłady.

Oscylator harmoniczny, wahadło, równania van der Pola, równania Lorentza, równania Hénona-Heilesa, odwzorowanie logistyczne, odwzorowanie Gaussa, odwzorowanie Hénona, mapa kocia, automorfizmy torusa, przekształcenie piekarza, podkowa Smale’a, odwzorowanie standartowe, układy hamiltonowskie, układy gradientowe.

4. Czas.

Czas dyskretny i ciągły. Obraz stroboskopowy potoku. Sekcje i odwzorowania Poincarégo. Zawieszenia i potoki specjalne.

5. Pojęcia.

Punkty stacjonarne, okresowe i prawie okresowe. Zbiory graniczne. Rozmaitości stabilne i niestabilne. Punkty powracające i niebłądzące. Zbiory niezmiennicze i minimalne. Tranzytywność. Topologiczne mieszanie.

6. Stabilność.

Stabilność trajektorii: stabilność w sensie Lapunowa, stabilność w sensie Lagrange'a, trwałość. Atraktory: punkty przyciągające, cykle graniczne, dziwne atraktory, baseny przyciągania, fraktale.

7. Stabilność strukturalna.

Izomorfizm. Dynamika symboliczna. Własności typowe i stabilność strukturalna. Dogmat stabilności (Abraham, Marsden). Program klasyfikacyjny Zeemana. Bifurkacje i katastrofy: bifurkacja Hopfa, katastrofa „zmarszczka”.

8. Układy regularne.

Punkty okresowe i prawie okresowe. Układy dynamiczne na zbiorach skończonych. Przekształcenia okręgu. Ciągłe układy dynamiczne na powierzchniach dwuwymiarowych. Układy monotoniczne w sensie Hirscha.

9. Układy chaotyczne – podejście topologiczne.

Czuła zależność od warunków początkowych. Entropia topologiczna. Definicje chaosu. Punkty homokliniczne. Aksjomat A. Hiperboliczność i strukturalna stabilność.

10. Układy chaotyczne – podejście statystyczne.

Operatory Koopmana i Frobeniusa-Perrona, miary niezmiennicze. Wykładniki Lapunowa, entropia metryczna, wymiar atraktora. Hierarchia zachowań chaotycznych: ergodyczność, mieszanie, własność Kołmogorowa. Miary SRB (Sinai-Ruelle-Bowen) i miary SLYRB (Sinai-Lasota-Yorke-Ruelle-Bowen).

Zalecana literatura:

Literatura podstawowa – książki:

1. R.H. Abraham, L. Gardini, Ch. Mira, *Chaos in discrete dynamical systems: a visual introduction in 2 dimensions*, Springer/TELOS, Santa Clara 1997.
2. K.T. Alligood, T.D. Sauer, J.A. Yorke, *Chaos: an introduction to dynamical systems*. Springer. New York 2000.
3. G.L. Baker, J.P. Gollub, *Wstęp do dynamiki układów chaotycznych*, PWN, Warszawa

1998 (z dyskietką do programu *Chaos*).

4. M. Brin, G. Stuck, *Introduction to Dynamical Systems*, Cambridge UP, Cambridge 2002.
5. J. Gleick, *Chaos*, Zysk i S-ka, Warszawa 1996.
6. M.W. Hirsch, S. Smale, R.L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, Elsevier, San Diego 2004.
7. J. Hofbauer, K. Sigmund, *The Theory of Evolution and Dynamical Systems*, Cambridge UP, Cambridge 1988.
8. A. Katok, B. Hasselblatt, *A First Course in Dynamics*, Cambridge UP, Cambridge 2003.
9. H. Koçak, *Równania różniczkowe i różnicowe poprzez eksperymenty komputerowe*, Cyfronet, Kraków 1991 (wprowadzenie do programu *Phaser*).
10. A. Lasota, M. Mackey, *Chaos, Fractals, and Noise: Stochastic Aspects of Dynamics*, Springer-Verlag, New York 1994.
11. H.E. Nusse, J.A. Yorke, *Dynamika: Badania numeryczne*, PWN, Warszawa 1999 (z dyskietką do programu *Dynamics*).
12. E. Ott, *Chaos w układach dynamicznych*, WNT, Warszawa 1997.
13. A. Pelczar, *Wstęp do teorii równań różniczkowych. Część II. Elementy jakościowej teorii równań różniczkowych*, PWN, Warszawa 1989.
14. *Encyclopedia of dynamical systems*, dostępna on-line:
http://www.scholarpedia.org/article/Encyclopedia_of_dynamical_systems
15. H.G. Schuster, *Chaos deterministyczny*, PWN, Warszawa 1993.
16. K. Stefański, *Mechanika teoretyczna*, WNT, Warszawa 1999.
17. I. Stewart, *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu*, PWN, Warszawa 2001.
18. T. Tél, M. Gruiz, *Chaotic Dynamics: An Introduction Based on Classical Mechanics*, Cambridge UP, Cambridge 2006.
19. S. Wiggins, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer-Verlag, New York 1990.

Literatura podstawowa – prace:

1. M.W. Hirsch, The dynamical system approach to differential equations, *Bull. Am. Math. Soc.* 11 (1984), 1-64.
2. B.R. Hunt, J.A. Kennedy, T.-Y. Li, H.E. Nusse, SLYRB measures: natural invariant measures for chaotic systems, *Physica D* 170 (2002), 50-71.

3. E.Ch. Zeeman, On the classification of dynamical systems. *Bull. London Math. Soc.* 20 (1988), 545-557.

Literatura uzupełniająca:

1. K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Diamenty matematyki*, rozdz. 9-11. Prószyński i S-ka. Warszawa 1997.
2. I. Ekeland, *Chaos, Domino*, Katowice 1999.
3. J. Kudrewicz, *Fraktale i chaos*, WNT, Warszawa 1996.
4. M. Tempczyk, *Teoria chaosu a filozofia*, Wydawnictwo CiS, Warszawa 1997.
5. M. Tempczyk, *Świat harmonii i chaosu*, PIW, Warszawa 1995.
6. H.-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe, *Granice chaosu. Fraktale. Część I*, PWN, Warszawa 1995; *Część II*, PWN, Warszawa 1996.
7. S. Smale, *The Mathematics of Time. Essays on Dynamical Systems, Economic Processes, and Related Topics*, Springer-Verlag, New York 1980.