Elementy analizy funkcjonalnej

Wymagania wstępne:

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu:

Język wykładowy: polski

Prowadzący:

Treści kształcenia:

Przestrzenie Banacha i Hilberta. Nierówność Cauchy'ego-Schwarza. Twierdzenie o realizacji odległości punktu od zbioru wypukłego w przestrzeni Hilberta. Twierdzenie o operatorze rzutu ortogonalnego i jego własności. Twierdzenie o podwójnym dopełnieniu ortogonalnym. Twierdzenie F. Riesza o postaci ciągłego funkcjonału liniowego w przestrzeni Hilberta.

Nierówność Bessela. Charakteryzacje bazy ortonormalnej, szeregi Fouriera. Tożsamość Parsevala. Wymiar ortogonalny przestrzeni Hilberta. Charakteryzacja ośrodkowych przestrzeni Hilberta za pomocą wymiaru.

Twierdzenie o zadawaniu topologii liniowej za pomocą bazy filtru (bez dowodu). Warunki konieczne i wystarczające na metryzowalność przestrzeni liniowo-topologicznej i lokalnie wypukłej.

Twierdzenie Banacha-Steinhausa. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu otwartym i odwzorowaniu odwrotnym. Twierdzenie Banacha o wykresie domkniętym.

Podstawowe własności funkcjonału Minkowskiego. Twierdzenie o zadawaniu topologii lokalnie wypukłej przez rozdzielającą rodzinę seminorm. Twierdzenie Kołmogorowa – kryterium na istnienie normy zgodnej z topologią.

Twierdzenie Hahna-Banacha – wersja analityczna rzeczywista oraz dla przestrzeni unormowanych. Izometryczne i liniowe zanurzenie przestrzeni unormowanej w jej bidualną. Przestrzenie refleksywne. Granica Banacha. Twierdzenie o analitycznym oddzielaniu rozłącznych zbiorów wypukłych. Twierdzenie o bipolarze.

Twierdzenie o zadawaniu słabych topologii (w tym słabej $\sigma(X,X')$ oraz słabej* $\sigma(X',X)$). Związki pomiędzy słabym i silnym domknięciem zbioru wypukłego. Twierdzenie Mazura. Twierdzenie Banacha-Alaoglu.