

Teoria miary i całki

Wymagania wstępne:

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu:

Język wykładowy: polski

Prowadzący:

Treści kształcenia:

Sigma algebry: generowanie, produkty, lemat Dynkina, zbiory borelowskie.

Funkcje mierzalne: własności, aproksymacja funkcjami prostymi, funkcje Baire'a.

Miara: własności, przeniesienie miary przez odwzorowanie, atomy.

Przykłady miar: Diraca, licząca, dyskretna, probabilistyczna, Haara, miara zewnętrzna, miara Hausdorffa.

Rozszerzanie i uzupełnianie miar: warunek Carathéodory'ego, istnienie jednoznaczność rozszerzenia, iloczyn kartezjański miar, dystrybuanta miary probabilistycznej. Zbiory i miara Lebesgue'a: własności, zbiory miary zero, zbiory niemierzalne i rozkłady paradoksalne.

Całka: konstrukcja, przykłady, własności, twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod całką, całka względem przeniesienia miary, twierdzenie Fubinię, całka Lebesgue'a i jej związek z całką Riemanna.

Nierówności całkowe: Höldera, Minkowskiego, Jensena, przestrzenie L_p , splot.

Różniczkowanie miar: bezwzględna ciągłość, miary ortogonalne i absolutnie ciągle, gęstości, twierdzenie Radona-Nikodyma, twierdzenie o zmianie miary w całce.

Miara i całka a topologia: miary regularne i ciasne, twierdzenia Jegorowa i Łuzina, miary Radona, twierdzenie Riesz.